



под редакцией Д.А. Мальцева

МАТЕМАТИКА

9 класс. ОГЭ 2022
Решебник



НАРОДНОЕ
ОБРАЗОВАНИЕ

ББК 22.1
Р 47

ББК 22.1

Рецензенты: *К. Э. Каибханов*, к. ф.-м. н., доцент ЮФУ;
Н. Н. Кириллюк, учитель высшей категории

Авторы: *Д. А. Мальцев, А. А. Мальцев, Л. И. Мальцева*

Р 47 **Математика 9 класс. ОГЭ 2022. Решебник:** учебно-методическое пособие / Под ред. Д.А. Мальцева. — Ростов н/Д: Издатель Мальцев Д.А.; М.: Народное образование, 2022. — 144 с.

ISBN 978-5-87953-655-3

Основная цель данной книги — помочь ученику, желающему научиться решать наиболее сложные задачи предстоящего выпускного экзамена по математике.

Данное пособие содержит **решения заданий части 2** всех тестов с нечётными номерами книги «Математика 9 класс. ОГЭ 2022» под редакцией Д.А. Мальцева. В §2 приведены решения всех задач с нечётными номерами из задачника. А в §3 и §4 даны краткие решения и указания к некоторым из заданий 24 и 25 тестов с чётными номерами.

Все решения написаны достаточно подробно, в стиле беседы с читателем. Авторы надеются, что данное пособие поможет ученикам приобрести устойчивые навыки в решении ряда заданий и существенно повысить уровень математической культуры. Это, в свою очередь, будет способствовать не только успешной сдаче последующих экзаменов, но также окажет неоценимую помощь в дальнейшем обучении — вне зависимости от выбранного колледжа или ВУЗа и выбранной специальности.

Подписано в печать с оригинал-макета 25.08.2021.

Формат 60×84 $\frac{1}{16}$. Бумага газетная. Гарнитура Times New Roman.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 8,1. Тираж 5000 экз. Заказ №

Отпечатано с оригинал-макета в типографии ООО«Кубаньпечать»
350059, г. Краснодар, ул. Уральская, д. 98/2

ISBN 978-5-87953-655-3

ББК 22.1

© ИП Мальцев Д.А., 2021

Содержание

От авторов	5
§1. Решения задач учебно-тренировочных тестов	6
Решения задач теста №1	6
Решения задач теста №3	10
Решения задач теста №5	15
Решения задач теста №7	18
Решения задач теста №9	22
Решения задач теста №11	27
Решения задач теста №13	32
Решения задач теста №15	35
Решения задач теста №17	39
Решения задач теста №19	43
Решения задач теста №21	47
Решения задач теста №23	51
Решения задач теста №25	56
Решения задач теста №27	60
Решения задач теста №29	64
Решения задач теста №31	68
Решения задач теста №33	72
Решения задач теста №35	76
Решения задач теста №37	80
Решения задач теста №39	85
Решения задач теста №41	90
Решения задач теста №43	95
§2. Решения задач из задачника	102
1. Преобразования выражений	102
2. Уравнения и системы уравнений	103

3. Неравенства	106
4. Текстовые задачи	107
5. Геометрические задачи на доказательство	114
6. Геометрические задачи на вычисления (задание №23)	117
7. Геометрические задачи на вычисления (задание №25)	124
§3. Решения заданий 24 тестов с чётными номерами	132
§4. Указания к заданиям 25 тестов с чётными номерами	136

От авторов

Данная книга состоит из четырёх параграфов. В § 1 содержатся решения заданий второй части тестов с нечётными номерами книги «Математика. 9 класс. ОГЭ 2022». В § 2 приведены решения всех задач с нечётными номерами из задачника этой книги. А в § 3 и § 4 даны краткие решения и указания к некоторым из заданий 24 и 25 тестов с чётными номерами (краткие решения и указания даны лишь к тем заданиям тестов с чётными номерами, которые существенно отличаются от соответствующей задачи предшествующего теста с нечётным номером).

Основная цель данного пособия — помочь ученику, желающему научиться решать задания второй части выпускного экзамена по математике. Поэтому авторы старались писать решения подробно, в стиле беседы с читателем. Хотя на экзамене при оформлении решений достаточно меньшей степени подробности, чем выбрана авторами, вы вполне можете «взять на вооружение» и с успехом использовать некоторые из приёмов оформления решений, используемых в этой книге. Например, ключевые слова и фразы, наподобие «следовательно», «таким образом», «так как..., то...», помогут вам более упорядоченно излагать свои мысли. И вполне возможно, что вследствие этого вы станете совершать меньшее количество ошибок и быстрее приходить к правильному ответу.

Данное пособие поможет ученикам приобрести устойчивые навыки в решении ряда заданий и существенно повысить уровень математической культуры. Это, в свою очередь, будет способствовать не только успешной сдаче последующих экзаменов, но также окажет неоценимую помощь в дальнейшем обучении – вне зависимости от выбранного колледжа или ВУЗа и выбранной специальности.

Желаем вам успехов!

сюда получаем, что $AH = \frac{AC_1 \cdot AB}{AA_1}$. Поэтому для нахождения AH нам достаточно вычислить $AC_1 \cdot AB$.

Пусть K – точка пересечения луча AM с окружностью, построенной на BC , как на диаметре. По известному свойству секущих окружности имеем: $AC_1 \cdot AB = AM \cdot AK$. Заметим, что $AM = AA_1 - MA_1 = 6$, $AK = AA_1 + A_1K = AA_1 + A_1M = 54$ (отрезки A_1K и A_1M равны, т.к. отрезок BA_1 перпендикулярен хорде MK и проходит через центр окружности).

Таким образом, $AH = \frac{AC_1 \cdot AB}{AA_1} = \frac{AM \cdot AK}{AA_1} = \frac{6 \cdot 54}{30} = \frac{54}{5} = 10,8$.

Ответ: 10,8

Тест № 3

20 Решите уравнение $(x - 6) \cdot (x^2 - 6x + 9) = 4 \cdot |x - 3|$.

Решение .

Заметим, что $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$. Уравнение $(x - 6) \cdot (x - 3)^2 = 4 \cdot |x - 3|$ одним из своих корней имеет $x = 3$. Сокращая обе части этого уравнения на $|x - 3|$, получаем равносильное ему при $x \neq 3$ уравнение

$$(x - 6) \cdot |x - 3| = 4.$$

Раскрывая в этом уравнении знак модуля, имеем:

- 1) при $x \leq 3$: $(x - 6) \cdot (-x + 3) = 4$, $-x^2 + 9x - 18 = 4$, $x^2 - 9x + 22 = 0$ – корней нет (дискриминант отрицателен);
- 2) при $x > 3$: $(x - 6) \cdot (x - 3) = 4$, $x^2 - 9x + 18 = 4$, $x^2 - 9x + 14 = 0$ – корни $x = 2$ или $x = 7$, но условию снятия модуля ($x > 3$) удовлетворяет лишь $x = 7$.

Таким образом, корнями исходного уравнения являются $x = 3$ и $x = 7$.

21 Две машины едут по асфальтированной дороге одна за другой со скоростью 90 км/ч, сохраняя дистанцию 48 метров. Когда машины сворачивают на грунтовую дорогу, их скорость резко падает до 60 км/ч. Каким будет расстояние между машинами, когда обе они окажутся на грунтовой дороге? Ответ дайте в метрах.

Решение .

Когда первая из машин свернёт на грунтовую дорогу, вторая будет в 48 метрах от грунтовой дороги. Эти 48 метров вторая машина проедет за время, равное $\frac{0,048 \text{ км}}{90 \text{ км/ч}} = \frac{0,048}{90}$ ч. А первая машина, двигаясь по грун-

товой дороге со скоростью 60 км/ч, за это время успеет проехать

$$\frac{0,048}{90} \cdot 60 \text{ км/ч} = 0,048 \cdot \frac{2}{3} \text{ км} = 0,032 \text{ км или } 32 \text{ м.}$$

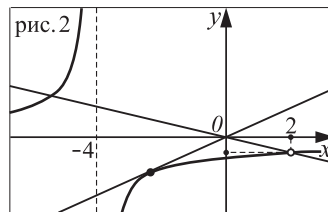
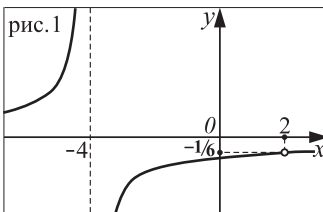
Таким образом, к моменту поворота на грунтовую дорогу второй машины расстояние между машинами будет 32 м.

Ответ: 32

22 Постройте график функции $y = \frac{2-x}{x^2+2x-8}$. Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с этим графиком ровно одну общую точку.

Решение .

Преобразуем выражение, определяющее данную в условии функцию. Корнями квадратного трёхчлена $x^2 + 2x - 8$ являются $x = 2$ и $x = -4$, значит, $x^2 + 2x - 8 = (x - 2) \cdot (x + 4)$. Поэтому данную в условии функцию можно записать в виде: $y = \frac{-(x-2)}{(x-2) \cdot (x+4)}$. При $x = 2$ это выражение не определено, если же $x \neq 2$, то сокращая числитель и знаменатель на $x - 2$, получаем, что график нашей функции совпадает с графиком $y = -\frac{1}{x+4}$. Итак, графиком данной в условии функции является гипербола $y = -\frac{1}{x+4}$ с выколотой точкой $x = 2$, $y = -\frac{1}{6}$, см. рис. 1 (гипербола $y = -\frac{1}{x+4}$ получается из гиперболы $y = -\frac{1}{x}$ смещением вдоль оси Ox на 4 единицы влево).



Легко видеть, см. рис. 2, что прямая $y = kx$ имеет с данным графиком ровно одну общую точку лишь в следующих двух случаях:

- 1) прямая $y = kx$ проходит через выколотую точку $x = 2$, $y = -\frac{1}{6}$;
- 2) прямая $y = kx$ является касательной к той части графика, которая расположена правее прямой $x = -4$.

Найдём соответствующие этим случаям значения k .

1) Угловой коэффициент прямой $y = kx$, проходящей через начало координат и точку $(2; -\frac{1}{6})$, равен $k = \frac{-1/6 - 0}{2 - 0} = -\frac{1}{12}$.

2) Прямая $y = kx$ является касательной к графику $y = -\frac{1}{x+4}$ в том случае, если уравнение $kx = -\frac{1}{x+4}$ имеет ровно один корень \Leftrightarrow уравнение $kx(x+4) = -1$ имеет единственный корень \Leftrightarrow дискриминант трёхчлена $kx^2 + 4kx + 1$ ($k \neq 0$) равен нулю $\Leftrightarrow 16k^2 - 4k = 0$, $k \neq 0$, $\Leftrightarrow k = \frac{1}{4}$.

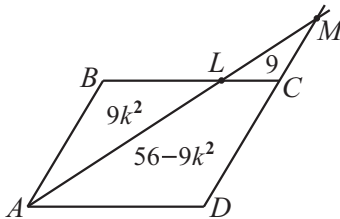
Итак, искомыми являются $k = -\frac{1}{12}$ и $k = \frac{1}{4}$.

Ответ: $-\frac{1}{12}; \frac{1}{4}$

23 Из вершины A параллелограмма $ABCD$ проведён луч, который пересекает сторону BC в точке L и луч DC в точке M . Найдите отношение $BL : CL$, если известно, что площадь треугольника MCL равна 9, а площадь параллелограмма $ABCD$ равна 56.

Решение .

Пусть $BL : CL = k$. Так как треугольник ABL подобен треугольнику MCL с коэффициентом подобия, равным k , а площади подобных фигур относятся как квадрат коэффициента подобия, то площадь треугольника ABL равна $S_{ABL} = 9k^2$ (площадь $\triangle MCL$ по условию равна 9). Поскольку площадь параллелограмма $ABCD$ равна 56, то площадь четырёхугольника $ALCD$ равна $56 - 9k^2$, а площадь треугольника AMD равна $S_{AMD} = 56 - 9k^2 + 9 = 65 - 9k^2$, см. рисунок.



С другой стороны, треугольник AMD подобен треугольнику LMC с коэффициентом подобия, равным $\frac{AD}{CL} = \frac{BL + CL}{CL} = \frac{BL}{CL} + 1 = k + 1$, и, значит, $S_{AMD} = 9(k + 1)^2$. Таким образом, имеем уравнение:

$$9(k + 1)^2 = 65 - 9k^2, \quad 18k^2 + 18k - 56 = 0, \quad 9k^2 + 9k - 28 = 0.$$

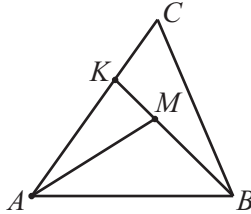
Положительным корнем этого уравнения является $k = \frac{4}{3}$.

Ответ: 4 : 3

24 Внутри треугольника ABC выбрана произвольно точка M . Докажите, что $AM + BM < AC + BC$.

Решение .

Пусть K — точка пересечения прямой BM со стороной AC , см. данный ниже рисунок. Тогда по неравенству треугольника $AM < AK + KM$. Прибавив к обеим частям этого неравенства длину BM , получим: $AM + BM < AK + KM + BM$. Отсюда, заменяя сумму $KM + BM$ длиной отрезка BK , получаем, что $AM + BM < AK + BK$.



Из $\triangle BKC$ по неравенству треугольника имеем: $BK < CK + BC$.

Из неравенств $AM + BM < AK + BK$ и $BK < CK + BC$ следует, что $AM + BM < AK + CK + BC$, а учитывая, что $AK + CK = AC$, получаем требуемое неравенство: $AM + BM < AC + BC$.

25 Две окружности, расстояние между центрами которых равно 21, а радиусы равны 13 и 20, пересекаются в точках P и Q . На меньшей из этих окружностей взята точка L так, что прямая LQ касается большей окружности. Найдите площадь треугольника LPQ .

Решение .

1) Найдём длину отрезка PQ . Пусть O_1 — центр меньшей окружности, O_2 — центр большей, H — точка пересечения прямых PQ и O_1O_2 , см. рис. 1. Тогда, $PH \perp O_1O_2$ и H — середина отрезка PQ — в силу симметричности точек P и Q относительно линии O_1O_2 .

Пусть $O_1H = x$, тогда $O_2H = 21 - x$ (т.к. по условию $O_1O_2 = 21$). Из треугольников RHO_1 и RHO_2 по теореме Пифагора имеем:

$$PH^2 = O_1P^2 - O_1H^2 = 169 - x^2,$$

$$PH^2 = O_2P^2 - O_2H^2 = 400 - (21 - x)^2 = 42x - x^2 - 41.$$

Таким образом, $169 - x^2 = 42x - x^2 - 41$, $42x = 210$, $x = 5$. Подставляя $x = 5$ в равенство $PH^2 = 169 - x^2$, получаем, что $PH^2 = 144$, $PH = 12$. Значит, $PQ = 2PH = 24$.

рис. 1

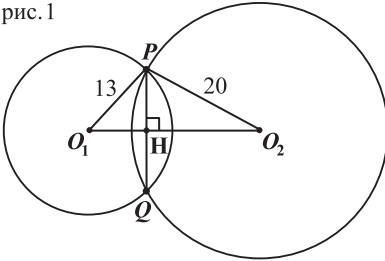
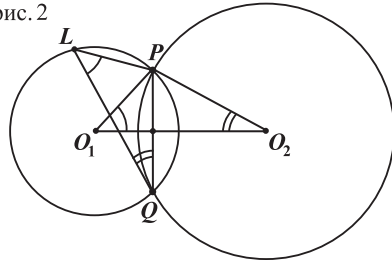


рис. 2



2) Покажем, что треугольники LPQ и O_1PO_2 подобны, см. рис. 2.

$\angle PLQ = \frac{1}{2} \angle PO_1Q$ – вписанный угол PLQ опирается на ту же дугу, которую стягивает центральный угол PO_1Q .

$\angle PO_1O_2 = \frac{1}{2} \angle PO_1Q$ – в силу симметричности точек P и Q относительно прямой O_1O_2 .

Из двух предыдущих равенств следует, что $\angle PLQ = \angle PO_1O_2$.

$\angle LQP = \frac{1}{2} \angle PO_2Q$ – угол LQP , как угол между касательной и хордой, равен половине дуги большей окружности, которую стягивает центральный угол PO_2Q .

$\angle PO_2O_1 = \frac{1}{2} \angle PO_2Q$ – в силу симметричности точек P и Q относительно прямой O_1O_2 .

Из двух предыдущих равенств следует, что $\angle LQP = \angle PO_2O_1$.

Таким образом, треугольники LPQ и O_1PO_2 действительно подобны (по двум равным углам).

3) Площадь $\triangle O_1PO_2$ равна $S_{O_1PO_2} = \frac{1}{2} PH \cdot O_1O_2 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 21 = 126$.

Искомую площадь $\triangle LPQ$ найдём по формуле $S_{LPQ} = k^2 \cdot S_{O_1PO_2}$, где k – коэффициент подобия треугольников LPQ и O_1PO_2 . Имеем:

$$k = \frac{PQ}{PO_2} = \frac{24}{20} = \frac{6}{5}, \quad S_{LPQ} = \frac{6^2}{5^2} \cdot 126 = \frac{4536}{25}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{4536}{25}$$